INSEECom

Concours 2002 - 25 et 26 Avril

MATHEMATIQUES et GESTION

Option Technologique

Coefficient
Inseec Bordeaux : 5 - Inseec Paris : 6

MATHEMATIQUES : 50 % de la note

GESTION : 50 % de la note

Durée préconisée :
MATHEMATIQUES : 2 h GESTION : 2 h

DURÉE TOTALE : 4 h.

Nota important : rédiger chacune des deux épreuves ci-dessus sur une copie séparée.
La copie réservée aux mathématiques comporte du papier millimétré.
Indiquer chaque fois votre code, et vos noms et prénoms sur le rabat.
Remettre votre copie de Mathématiques et votre copie de Gestion
à la fin de l'ensemble des épreuves.

INSEECom

Concours 2002 - 25 et 26 Avril

MATHEMATIQUES

Option Technologique

DURÉE PRÉCONISÉE : 2 h

N.B. Vous trouverez du papier millimétré dans votre copie.

MATHEMATIQUES

CONCOURS 2002 – OPTION TECHNOLOGIQUE

Exercice N° 1

Partie A :

Soit f la fonction définie pour tout réel x par :

$$f(x) = (x^2 + 1)\ e^{-x}$$

On désigne par (c) sa courbe représentative dans un repère du plan

On donne $\frac{1}{e} = 0,37$

1°) a) Etudier les limites de f en ($-\infty$) et en ($+\infty$)

b) Etudier les branches infinies de f ; préciser les asymptotes éventuelles.

2°) a) Etudier le sens de variation de f.

b) Dresser le tableau de variation de f.

3°) a) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1.

b) Construire (C) et (T).

4°) On désigne par $f^{(n)}$ la dérivée n-ième de f.
On pose $f^{(o)} = f$ et pour tout n entier $f^{(n-1)} = f^{(n)}$

En utilisant un raisonnement par récurrence, démontrer qu'il existe trois suites (a_n), (b_n) et (c_n) telles que : $f^{(n)}(x) = (a_n x^2 + b_n x + c_n)\ e^{-x}$

On précisera a_o , b_o , c_o et on exprimera a_{n+1} , b_{n+1} , c_{n+1} en fonction de a_n , b_n , c_n

Partie B :

On considère les matrices carrées d'ordre 3 :

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad A = I + B$$

1°) Calculer B^2 , B^3

préciser B^k pour $k \geq 3$

2°) a) Montrer que A est inversible.

b) En utilisant la méthode du pivot de Gauss, calculer l'inverse A^{-1} de A.

3°) a) En utilisant un raisonnement par récurrence, montrer que pour tout entier naturel n on a :

$$A^n = I + nB + \frac{n(n-1)}{2} B^2$$

b) Expliciter les neuf termes de A^n

4°) Pour tout entier naturel n on pose $X_n = \begin{matrix} a_n \\ b_n \\ c_n \end{matrix}$

(a_n) (b_n) et (c_n) sont les trois suites définies dans la partie A question 4°).

a) Vérifier que, pour tout n positif, $X_{n+1} = -AX_n$

b) En raisonnant par récurrence, établir que pour tout entier n on a : $X_n = (-1)^n A^n X_o$

c) Donner alors les valeurs de a_n , b_n , c_n en fonction de n.

Exercice N° 2

On considère deux pièces de monnaie truquées M_1 et M_2

Lorsqu'on lance la pièce M_1 la probabilité d'avoir face est égale à $\frac{1}{3}$ et lorsqu'on lance M_2 cette probabilité est égale à $\frac{2}{9}$

On effectue une succession de parties de la façon suivante :

A la première partie, on prend une des deux pièces au hasard et on lance cette pièce ; si le résultat est face on joue la deuxième partie avec M_1, sinon on joue avec M_2.

Pour tout entier $n \geq 1$ on joue la $(n+1)$-ième partie avec M_1 si on a obtenu face à la n-ième partie ; on joue la $(n+1)$-ième partie avec M_2 si on a obtenu pile à la n-ième partie.

On note U_n la probabilité d'avoir face à la n-ième partie.

1°) En utilisant la formule des probabilités totales :

a) Calculer les valeurs de U_1 et U_2

b) Etablir que, pour tout $n \geq 1$: $U_{n+1} = \frac{1}{9} U_n + \frac{2}{9}$

2°) Calculer U_n en fonction de n.

3°) Pour tout entier $n \geq 1$ on note X_n la variable aléatoire associée à la n-ième partie qui prend la valeur 1 si le résultat de la n-ième partie est face et 0 sinon

a) Déterminer les lois de probabilité des variables aléatoires X_1 et X_2 et calculer leurs espérances mathématiques .

b) Les variables X_1 et X_2 sont-elles indépendantes ?

(justifier la réponse)

INSEECom

Concours 2002 - 25 et 26 Avril

GESTION

Option Technologique

DURÉE PRÉCONISÉE : 2 h

GESTION

Le sujet est constitué de deux dossiers indépendants.

DOSSIER 1 : gestion des coûts et gestion commerciale

BioTop est un centre de "remise en forme" installé à Biot (Alpes Maritimes). Le centre propose un ensemble de services personnalisés et met à la disposition de ses clients des installations très modernes.
L'unique formule proposée aux clients est le forfait hebdomadaire (du samedi midi au vendredi soir) dont le prix varie avec la saison. L'annexe 1 donne les informations nécessaires pour conduire les travaux demandés.

Question 1 :

- Retrouver le nombre annuel de forfaits hebdomadaires vendus dans l'exercice 2001. Calculer le chiffre d'affaires HT, le total des charges et le résultat annuel de l'exercice 2001.
- Calculer le résultat global par saison
- Exprimer le coût total d'un forfait hebdomadaire en fonction de **n** nombre de forfaits vendus dans la semaine. Donner votre opinion sur la répartition des charges fixes annuelles.

Question 2 :

On désigne par "taux de remplissage hebdomadaire moyen" le rapport entre le nombre moyen de forfaits hebdomadaires vendus et la capacité maximale d'accueil du centre (40 forfaits).

- Calculer le taux de remplissage hebdomadaire moyen pour chacune des 3 saisons.
- Déterminer, pour chacune des 3 saisons, le taux de remplissage qui permettrait d'atteindre le seuil de rentabilité. Commenter.

Question 3 :

- Pensez vous qu'il serait opportun de fermer le centre en basse saison ? quelles pourraient être les conséquences commerciales et financières de cette décision ?
- Une baisse du prix pratiqué en basse saison permettrait d'augmenter la fréquentation du centre durant cette période. Le prix envisagé par les responsables serait 240 euros TTC. A ce prix on estime que la fréquentation moyenne passerait de 17 à 20 clients.
  Cette politique de prix vous parait elle intéressante ?

Question 4 :

Pour l'exercice 2002 on prévoit une hausse de la demande de 10 % au cours de chacune des 50 semaines d'activité. La capacité d'accueil restera inchangée par rapport à 2001. Quel devrait être le résultat de l'exercice 2002 ?

DOSSIER 2 : gestion financière

La société Sigvart est une entreprise industrielle : cette entreprise prévoit de réaliser un très important programme d'investissement au début de l'exercice 2002. Pour financer l'acquisition d'immobilisations et la croissance du FRNG (fonds de roulement net global) l'entreprise procédera à une augmentation de capital et souscrira un nouvel emprunt. Toutes les informations concernant ces opérations sont présentées dans **l'annexe 2** dans laquelle vous trouverez :

I. Le bilan résumé fin 2001
II. Les prévisions 2002
III. Le compte de résultat simplifié prévisionnel 2002

Question 1 :

- Qu'est-ce que le FRNG ? comment se décompose-t-il ?
- Pourquoi l'entreprise Sigvart a-t-elle prévu une augmentation du FRNG en 2001 ?
- Qu'est-ce qu'une prime d'émission ? quel sera le prix d'émission des actions émises en 2002 ?

Question 2 :

- Déterminer la CAF (capacité d'autofinancement) prévisionnelle 2002. Comment pouvez-vous vérifier ce calcul ?
- Présenter un tableau de calcul permettant de déterminer la variation du FRNG en 2002.
- Présenter le bilan prévisionnel 2002 en conservant la forme adoptée pour le bilan 2001.

Question 3 :

- Proposer un ratio permettant de mesurer l'évolution de l'endettement entre 2001 et 2002. Commenter cette évolution.
- Calculer et comparer le bénéfice net par action en 2001 et 2002. Commenter.
- Quel est le coût moyen des dettes financières (exprimé sous la forme d'un taux) ?
- Si toutes les prévisions sont réalisées quelle sera la trésorerie nette fin 2002 ?

ANNEXE 1

Le centre BioTop est ouvert 50 semaines par an. Les périodes de fermeture sont utilisées pour réaliser les travaux de maintenance des installations.
La capacité maximale d'accueil du centre est de 40 clients par semaine. (40 forfaits)
On distingue 3 "saisons" en fonction de la fréquentation du centre : basse, haute et très haute saison. Le tarif du forfait hebdomadaire varie en fonction de la saison. Le tableau ci dessous indique la répartition des 50 semaines entre les 3 saisons, le nombre moyen de clients par semaine et le tarif TTC du forfait hebdomadaire pour l'exercice 2001.

	Nombre de semaines	Fréquentation	Tarif TTC
Basse saison	18	17 personnes	288 euros
Haute saison	20	30 personnes	384 euros
Très haute saison	12	40 personnes	480 euros

La TVA est au taux normal

Données financières 2001 :

Les charges fixes annuelles s'élèvent à 270 000 euros : ces charges sont indépendantes du nombre de semaines d'activité et de la fréquentation du centre. Actuellement ces charges sont réparties sur 50 semaines à raison de 5 400 euros par semaine. Les charges variables s'élèvent à 104 euros par semaine et par client.

Données prévisionnelles 2002 :

Les charges fixes globales resteront égales à 270 000 euros. Les charges variables par forfait resteront inchangées. Le centre n'augmentera pas sa capacité d'accueil ; la politique de prix restera identique à celle de 2001, en particulier aucune modification n'est prévue pour la basse saison.

ANNEXE 2

I. Bilan simplifié de la société Sigvart à la fin de l'exercice 2001

Immobilisations brutes	14370	Capitaux propres	12000
FRNG	5030	Dettes financières	7400
Total	19400	Total	19400

- Les sommes sont en milliers d'euros ; FRNG : fonds de roulement net global
- Les capitaux propres comprennent le capital, les réserves, le résultat 2001, les amortissements et provisions.
- Le capital est constitué de 8000 actions de 1000 euros.
- Le résultat net 2001 s'élève à 400 000 euros.
- La trésorerie nette est nulle

II. Prévisions relatives à l'exercice 2002 :

- Acquisitions d'immobilisations : 6000 000 euros au début de l'exercice 2002. Aucune cession d'immobilisation n'est prévue.
- Le BFR (besoin en fonds de roulement) doit augmenter de 2 400 000 euros dès le début de l'exercice 2002.
- Le résultat de l'exercice 2001 sera distribué en 2002 à hauteur de 200 000 euros ; le reste sera mis en réserves.
- Une augmentation de capital sera réalisée en 2002 : les actionnaires apporteront 4 800 000 euros dont 800 000 euros de prime d'émission. A cette occasion 4000 actions nouvelles seront émises et entièrement libérées.
- Un emprunt de 1 500 000 euros sera souscrit début 2002 ; aucun emprunt ne sera remboursé en 2002.

III. Résultat prévisionnel 2002 (en milliers d'euros)

Excédent brut d'exploitation	3300
DAP (dotations aux amortissements)	-1630
Charges financières (intérêts des emprunts)	- 623
IS (impôt sur les sociétés)	-347
Résultat net	**700**